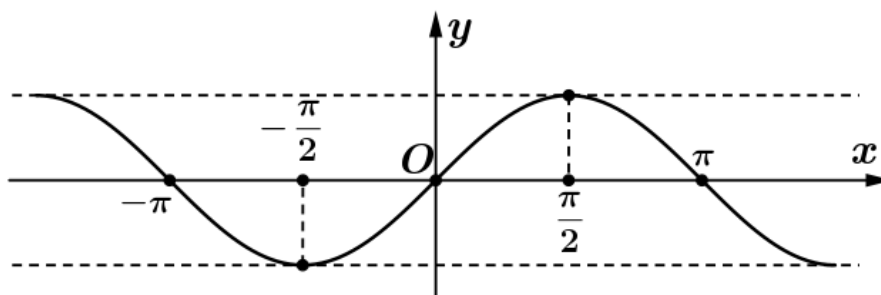
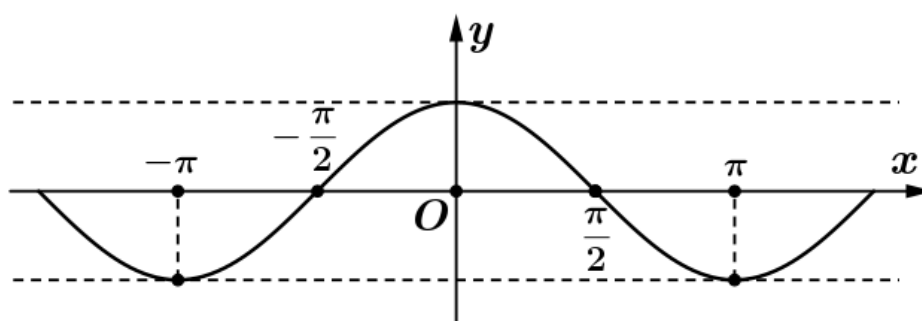


A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

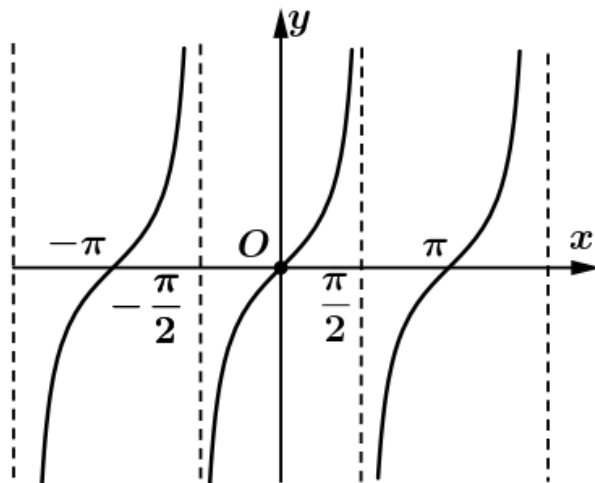
1 Hàm số $y = \sin x$ 

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị $[-1; 1]$ tức là $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$
- Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ nên đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng
- Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$, nghĩa là $\sin(x + k2\pi) = \sin x$, với $k \in \mathbb{Z}$
- Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

2 Hàm số $y = \cos x$ 

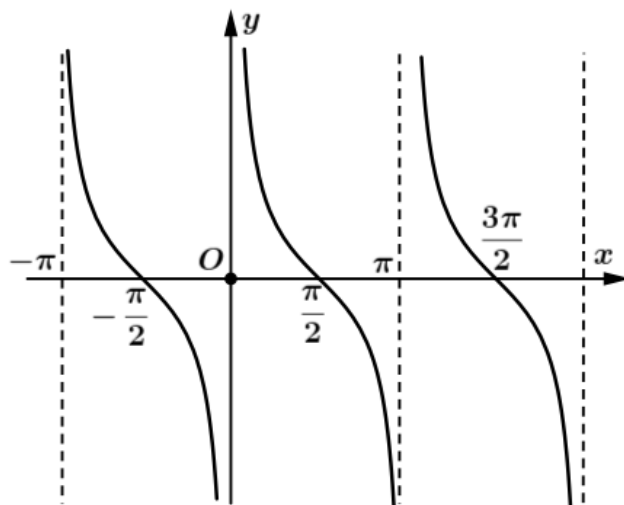
- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị $[-1; 1]$ tức là $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng
- Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$, nghĩa là $\cos(x + k2\pi) = \cos x$, với $k \in \mathbb{Z}$
- Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

3 Hàm số $y = \tan x$



- Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$ và đây là hàm số lẻ
- Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$, nghĩa là $\tan(x + k\pi) = \tan x$, với $k \in \mathbb{Z}$
- Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

4 Hàm số $y = \cot x$



- Điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$ và đây là hàm số lẻ
- Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$, nghĩa là $\cot(x + k\pi) = \cot x$, với $k \in \mathbb{Z}$
- Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Dạng 1: Tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số lượng giác

Phương pháp: Cần chú ý một số điều kiện sau:

- $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ xác định khi và chỉ khi $g(x) \neq 0$
- $y = \sqrt[n]{f(x)}$ xác định khi và chỉ khi $f(x) \geq 0$ với $n \in \mathbb{N}^*$
- $\tan[u(x)]$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$ xác định và $u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cot[u(x)]$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$ xác định và $u(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

b) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$

c) $y = \tan x$

d) $y = \cot x + \sin 5x + \cos x$

e) $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$

f) $y = \cot x$

g) $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}$

h) $y = \tan x + \cot x$

i) $y = \frac{\cos x}{\sin x + 1}$

k) $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

l) $y = \sin\left(\frac{5x}{x^2 - 1}\right)$

m) $y = \sqrt{2 - \sin x}$

Lời giải

a) Biểu thức $\frac{1 - \cos x}{\sin x}$ có nghĩa khi $\sin x \neq 0$, tức là $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

b) Biểu thức $\sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$ có nghĩa khi $\begin{cases} \frac{1 + \cos x}{2 - \cos x} \geq 0 \\ 2 - \cos x \neq 0 \end{cases}$.

Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $1 + \cos x \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $2 - \cos x \geq 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó, $2 - \cos x \neq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x} \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$ là $D = \mathbb{R}$.

c) Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. Vậy tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

d) Hàm số xác định khi: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

e) Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq 2l\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

f) Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

g) Điều kiện xác định của hàm số là $\sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$.

h) Điều kiện: $\sin x \cdot \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

i) Điều kiện $\sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

k) Hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi và chỉ khi

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

l) Hàm số $y = \sin\left(\frac{5x}{x^2 - 1}\right)$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

m) Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 2 - \sin x > 0$. Do đó, hàm số luôn luôn xác định hay $D = \mathbb{R}$.

Bài tập 2: Tìm tập giá trị của các hàm số sau đây:

a) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$

b) $y = \sqrt{1 + \cos x} - 2$

Lời giải

a) Ta có: $-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -2 \leq 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -2 - 1 \leq 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \leq 2 - 1 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3 \leq 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq y \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy tập giá trị của hàm số $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$ là $[-3; 1]$.

b) Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên $0 \leq 1 + \cos x \leq 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó $0 \leq \sqrt{1 + \cos x} \leq \sqrt{2}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ suy ra $-2 \leq \sqrt{1 + \cos x} - 2 \leq \sqrt{2} - 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hay $-2 \leq y \leq \sqrt{2} - 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos x} - 2$ là $[-2; \sqrt{2} - 2]$.

Bài tập 3: Tìm giá trị của tham số m để các hàm số sau đây xác định trên $\mathbb{R}$

$$a) y = \sqrt{2m - 3\cos x}$$

$$b) y = \sqrt{5 - m\sin x - (m+1)\cos x}$$

Lời giải

$$a) \text{ Hàm số đã cho xác định trên } \mathbb{R} \text{ khi và chỉ khi } 2m - 3\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq \frac{2m}{3}$$

$$\text{Bất đẳng thức trên đúng với mọi } x \text{ khi } 1 \leq \frac{2m}{3} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$$

$$b) \text{ Hàm số xác định trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow 5 - m\sin x - (m+1)\cos x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m\sin x + (m+1)\cos x \leq 5 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \max_{x \in \mathbb{R}} (m\sin x + (m+1)\cos x) \leq 5.$$

$$\Leftrightarrow m^2 + (m+1)^2 \leq 25 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 3.$$

Bài tập 4: Giả sử khi một cơn sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hoá bởi hàm số $h(t) = 90\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimét trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây.

a) Tìm chu kỳ của sóng.

b) Tìm chiều cao của sóng, tức là khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa đáy và đỉnh của sóng.

Lời giải

$$a) \text{ Chu kỳ của sóng là } T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}} = 20 \text{ (giây).}$$

b) Chiều cao của sóng tức là chiều cao của nước đạt được trong một chu kỳ dao động.

$$\text{Ta có: } h(20) = 90\cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot 20\right) = 90 \text{ (cm).}$$

Vậy chiều cao của sóng là 90 cm.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định : $\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2025}{\sin x}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 3: Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = \tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$.

C. Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$.

D. Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $[0; \pi]$.

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$ nên D sai.

Câu 4: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có điều kiện xác định của hàm số là $\frac{1 - \cos x}{1 + \sin x} \geq 0$.

Do $1 - \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $1 + \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $\frac{1 - \cos x}{1 + \sin x} \geq 0$ khi và chỉ khi $1 + \sin x \neq 0$

$$\Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 5: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

D. Các hàm số lượng giác có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do đó, tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Ta có: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi: $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin 2x}$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{2} + h2\pi, k, h \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k2\pi; \frac{\pi}{2} + h\pi, k, h \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin 2x}$ xác định khi và chỉ khi: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số trên là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11: Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{2\sin^2 x + 1}{1 + \cos x}$ là:

A. $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x \neq \pi - k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $1 + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi - k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12: Hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1} + 1 - 3\cos^2 x$ xác định khi và chỉ khi:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\sin x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{3}{\sin 2x} + \frac{5}{\cos 2x}$. Điều kiện xác định hàm số là

- A. $x \neq k\pi$. B. $x \neq \frac{k\pi}{2}$. C. $x \neq \frac{k\pi}{4}$. D. $x \neq k2\pi$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 4x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 15: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{3\sin x}{\cos 2x - 1}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos 2x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x \neq 1 \Leftrightarrow 2x \neq k2\pi \Leftrightarrow x \neq k\pi$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 16: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{2\cos x - 1} + \frac{2\cos x + 1}{2\sin x - 1}$

Lời giải

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} 2\cos x - 1 \neq 0 \\ 2\sin x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq \frac{1}{2} \\ \sin x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{3} + l2\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + m2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + n2\pi \end{cases} (k, l, m, n \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số là

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + l2\pi; \frac{\pi}{6} + m2\pi; \frac{5\pi}{6} + n2\pi \mid k, l, m, n \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 17: Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

- A. $x \neq k\pi$. B. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x \neq k2\pi$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \tan x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 18: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 19: Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là:

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq k\pi$.

D. $x \neq k\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3 + \sin x} - \frac{1}{\tan^2 x - 1}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 3 + \sin x \geq 0 \text{ (luôn đúng)} \\ \tan^2 x - 1 \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq 1 \\ \tan x \neq -1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$

Câu 21: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$.

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq k\pi$.

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow -\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = [-1; 1]$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \emptyset$.

Lời giải

$$\forall x \in \mathbb{R} \begin{cases} \sin 2x - 2 < 0 \\ \cos 2x + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4} < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên tập xác định của hàm số là } \emptyset.$$

Câu 23: Tìm m để hàm số $y = \sqrt{3\sin x + 4\cos x + 2m - 1}$ xác định với mọi x

- A. $m > 0$. B. $m > 1$. C. $m \geq \frac{-1}{2}$. **D. $m \geq 3$.**

Lời giải

Ta có y xác định khi $3\sin x + 4\cos x + 2m - 1 \geq 0$

$$\Leftrightarrow 3\sin x + 4\cos x \geq 1 - 2m \Leftrightarrow \frac{3}{5}\sin x + \frac{4}{5}\cos x \geq \frac{1 - 2m}{5} (*)$$

Đặt $\frac{3}{5} = \cos \alpha \Rightarrow \frac{4}{5} = \sin \alpha$. Khi đó $(*) \Leftrightarrow \sin(x + \alpha) \geq \frac{1 - 2m}{5}$. Mà $-1 \leq \sin(x + \alpha) \leq 1$.

Để hàm số y xác định với mọi x thì $-1 \geq \frac{1 - 2m}{5} \Leftrightarrow -5 \geq 1 - 2m \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\cos x + 3}{\sin^2 x - 1}$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \sin^2 x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1 \\ \sin x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Câu 25: Hàm số $y = \frac{\cot 2x}{1 - 2\cos 2x}$ xác định trong khoảng nào sau đây?

- A.** $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$. B. $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

Lời giải

$$\text{Hàm số } y = \frac{\cot 2x}{1 - 2\cos 2x} \text{ xác định khi } \begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ 1 - 2\cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{k\pi}{2} \\ \cos 2x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{k\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{6} + l\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{6} + m\pi \end{cases}$$

$$(k; l; m \in \mathbb{Z})$$

Do các phương án A, B, C chứa các giá trị làm cho hàm số không xác định. Chỉ có phương án D không chứa các giá trị làm cho hàm số không xác định.

Vậy hàm số $y = \frac{\cot 2x}{1 - 2\cos 2x}$ xác định trên khoảng là $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 27: Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 28: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos x}{\sin x + 1}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow \sin x \neq \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x + 2025}{\sin^2 x + 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có $\sin^2 x + 1 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 + \tan x}$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}; -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}; -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \\ 1 + \tan x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} \neq k\pi \\ \tan x \neq -1 \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}; -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó:

a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0

b) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$

c) Có ba giá trị x thuộc $[0; \pi]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .

d) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid (k \in \mathbb{Z}) \right\}$

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) - 1 = 1 - 1 = 0$

b) Đúng: Ta có: $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{3}\right) - 1 = -\sqrt{3} - 1$

c) Sai: Ta có: $f(x) = -2 \Leftrightarrow \tan 2x - 1 = -2 \Leftrightarrow \tan 2x = -1$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên $x \in \left\{ \frac{3\pi}{8}; \frac{7\pi}{8} \right\}$ khi đó $k = 1; k = 2$

d) Sai: Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Tìm được tập giá trị các hàm số sau trên tập xác định của chúng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số $y = 3 \sin x$ có tập giá trị là $T = [-3; 3]$.

b) Hàm số $y = 2 \cos x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3; 1]$.

c) Hàm số $y = 2030 - 4 \cos x$ có tập giá trị là $T = [2026; 2034]$.

d) Hàm số $y = \sin^2 x + 4 \sin x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3; 3]$.

Lời giải

a) Đúng: Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3 \sin x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq y \leq 3$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-3; 3]$.

b) Đúng: Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2 \cos x \leq 2$
 $\Rightarrow -2 - 1 \leq 2 \cos x - 1 \leq 2 - 1 \Rightarrow -3 \leq y \leq 1$. Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-3; 1]$.

c) Đúng: Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 4 \geq -4 \cos x \geq -4$
 $\Rightarrow 4 + 2030 \geq -4 \cos x + 2030 \geq -4 + 2030 \Rightarrow 2034 \geq y \geq 2026$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [2026; 2034]$.

d) Sai: Ta có: $y = \sin^2 x + 4 \sin x - 1 = \sin^2 x + 4 \sin x + 4 - 5 = (\sin x + 2)^2 - 5$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq \sin x + 2 \leq 3$

$\Rightarrow 1^2 \leq (\sin x + 2)^2 \leq 3^2 \Rightarrow 1^2 - 5 \leq (\sin x + 2)^2 - 5 \leq 3^2 - 5 \Rightarrow -4 \leq y \leq 4$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-4; 4]$.

Câu 3: Tìm được tập xác định của các hàm số dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số $y = \tan x + \cot 2x$ xác định khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases}$

b) Hàm số $y = \sqrt{\pi - \cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

c) Hàm số $y = \sqrt{4 - \sin^2 x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

d) Hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1} + \sqrt{\cos x - 1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng: $y = \tan x + \cot 2x$

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

b) Đúng: $y = \sqrt{\pi - \cos x}$

Hàm số xác định khi $\pi - \cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq \pi \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

c) Đúng: $y = \sqrt{4 - \sin^2 x}$

Hàm số xác định khi $4 - \sin^2 x \geq 0 \Leftrightarrow \sin^2 x \leq 4 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$ (vì ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 < 4, \forall x \in \mathbb{R}$).

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

d) Sai: $y = \sqrt{\sin x - 1} + \sqrt{\cos x - 1}$

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \sin x - 1 \geq 0 \\ \cos x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \geq 1 \\ \cos x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases}$$

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 1 \end{cases}$ vô lý (vì $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ nên $\sin x, \cos x$ không thể đồng thời bằng 1).

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \emptyset$.

Câu 4: Tìm được tập xác định của các hàm số dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi: $x \neq \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

b) Hàm số $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi: $\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

d) Hàm số $y = \frac{\tan 3x}{\cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

a) Đúng: Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow 2x \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

b) Đúng: Hàm số xác định $\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

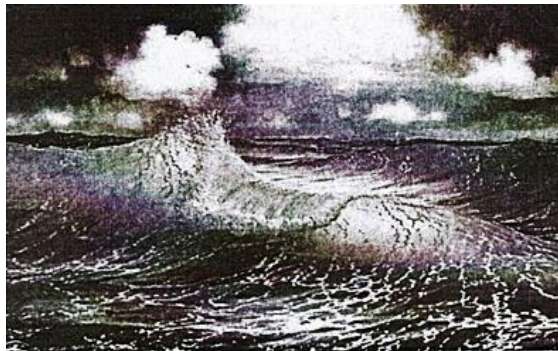
$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

c) Sai: Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

$$\text{d) Sai: Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 5: Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi cơn sóng được cho bởi hàm số $h(t) = 75\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$, trong đó $h(t)$ được tính bằng centimét.



a) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng 69,3 cm.

b) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng 75 cm

c) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t = 0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây

d) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t = 0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây (Tất cả kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

a) Đúng: Khi $t = 5$ ta có: $h(5) = 75\sin\left(\frac{\pi \cdot 5}{8}\right) \approx 69,3 \text{ cm}$.

b) Đúng: Khi $t = 20$ ta có: $h(20) = 75\sin\left(\frac{\pi \cdot 20}{8}\right) = 75 \text{ cm}$.

c) Sai:

d) Sai: Ta có: $\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) \leq 1 \Rightarrow 75 \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) \leq 75$ hay $h(t) \leq 75$.

Giá trị lớn nhất của $h(t)$ là 75 khi đó $\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) = 1 \Rightarrow \frac{\pi t}{8} = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow t = 4 + 16k (k \in \mathbb{Z})$. Vì $t \in [0; 30] \Rightarrow t \in \{4; 20\}$ (ứng với k bằng 0 và 1).

Vậy tại các thời điểm 4 giây hoặc 20 giây (trong 30 giây đầu tiên) thì con sóng đạt chiều cao cực đại là 75 cm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Hàm số $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

Lời giải

Ta có $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x = 5 + 2\sin 4x$.

Mà $-1 \leq \sin 4x \leq 1 \longrightarrow -2 \leq 2\sin 4x \leq 2 \longrightarrow 3 \leq 5 + 2\sin 4x \leq 7$

$\longrightarrow 3 \leq y \leq 7 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{3; 4; 5; 6; 7\}$ nên y có 5 giá trị nguyên.

Câu 2: Hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

Lời giải

Áp dụng công thức $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$, ta có

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6} = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$$

Ta có $-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \longrightarrow -1 \leq y \leq 1 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{-1; 0; 1\}$.

Câu 3: Hàm số $y = \cos^2 x - \cos x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

Lời giải

$$\text{Ta có } y = \cos^2 x - \cos x = \left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}.$$

$$\text{Mà } -1 \leq \cos x \leq 1 \longrightarrow -\frac{3}{2} \leq \cos x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \longrightarrow 0 \leq \left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$$

$$\longrightarrow -\frac{1}{4} \leq \left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \leq 2 \longrightarrow -\frac{1}{4} \leq y \leq 2 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{0; 1; 2\} \text{ nên có 3 giá trị thỏa mãn.}$$

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{\frac{m-1}{m}} - 2\cos 4x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

$$\text{Để hàm số } y = \sqrt{\frac{m-1}{m}} - 2\cos 4x \text{ xác định trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{m-1}{m} - 2\cos 4x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m-1}{2m} \geq \cos 4x \geq 1 \Leftrightarrow \frac{m-1}{2m} \geq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

Câu 5: Biết rằng tập giá trị của hàm số $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x$ là $T = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $P = a + 2b$?

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x = 5 + 2\sin 4x$.

Do $-1 \leq \sin 4x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\sin 4x \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 5 + 2\sin 4x \leq 7 \Leftrightarrow 3 \leq y \leq 7$.

Vậy giá trị của hàm số là $T = [3; 7]$ nên $\begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow P = a + 2b = 3 + 2 \cdot 7 = 17$

Câu 6: Biết rằng tập giá trị của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ là $T = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $P = 4a + b$

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x$.

Do $0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \geq -\frac{3}{4}\sin^2 2x \geq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 1 \geq 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 \geq y \geq \frac{1}{4}$.

Vậy giá trị của hàm số là $T = \left[\frac{1}{4}; 1\right]$ nên $\begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 4a + b = 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 2$

Câu 7: Biết rằng tập giá trị của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + 3$ là $T = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $P = 5a + 2b$?

Lời giải

Ta có $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + 3 = 2\left(\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right) + 3 = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$.

Do $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3 \leq 5 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 5$

Vậy giá trị của hàm số là $T = [1; 5]$ nên $\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow P = 5a + 2b = 5 \cdot 1 + 2 \cdot 5 = 15$.

Câu 8: Biết rằng tập giá trị của hàm số $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$ là $T = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $P = 10a - 2b$?

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2 = (1 - \sin^2 x) + 2\sin x + 2 = -\sin^2 x + 2\sin x + 3 = -(\sin x - 1)^2 + 4$

Do $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq \sin x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow 4 \geq (\sin x - 1)^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow 4 \geq -(\sin x - 1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq -(\sin x - 1)^2 + 4 \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 4.$

Vậy giá trị của hàm số là $T = [0; 4]$ nên $\begin{cases} a = 0 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow P = 10a - 2b = 10 \cdot 0 - 2 \cdot 4 = -8.$

Câu 9: Biết rằng tập giá trị của hàm số $y = \frac{2\sin x + \cos x}{\sin x + 2\cos x + 4}$ là $T = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $P = 11(a + b)$?

Lời giải

Tập xác định hàm số $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y = \frac{2\sin x + \cos x}{\sin x + 2\cos x + 4} \Leftrightarrow y(\sin x + 2\cos x + 4) = 2\sin x + \cos x$

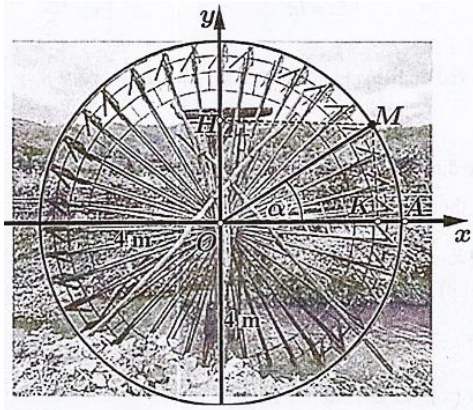
$\Leftrightarrow (y - 2)\sin x + (2y - 1)\cos x = -4y.$

Điều kiện để tồn tại cặp $(x; y)$ là $(y - 2)^2 + (2y - 1)^2 \geq (-4y)^2$

$\Leftrightarrow -11y^2 - 8y + 5 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-4 - \sqrt{71}}{11} \leq y \leq \frac{-4 + \sqrt{71}}{11}.$

Vậy miền giá trị hàm số là $T = \left[\frac{-4 - \sqrt{71}}{11}; \frac{-4 + \sqrt{71}}{11} \right]$ nên $P = 11(a + b) = -8$

Câu 10: Một cái guồng nước có vành kim loại ngoài cùng là một đường tròn tâm O , bán kính là $4m$. Xét chất điểm M thuộc đường tròn đó và góc $\alpha = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$. Giả sử mực nước lúc đang xét là tiếp xúc với đường tròn $(O; 4)$ và guồng nước quay theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ). Biết rằng guồng nước quay hết một vòng sau 40 giây ($t = 0$ giây khi điểm M trùng A). Hỏi thời điểm nào (trong 1 vòng quay đầu tiên) thì điểm M ở vị trí cao nhất so với mặt nước?



Lời giải

Ta có: $h(x) = 4 + 4\sin \alpha.$

Khi M ở vị trí cao nhất so với mặt nước tức là $h(x) = 8$ thì $\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ (vì chỉ xét 1

vòng quay đầu tiên). Thời gian thực hiện của guồng nước là: $t = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot 40}{2\pi} = 10$ (giây).

-----**HẾT**-----